5-34 オンラインランク統合問題

安武翔太・畑埜 晃平・瀧本英二・竹田正幸（九州大学）

オンラインランク統合問題

$\hat{\sigma}_t \in S_n$ を予測 1

環境

3 損失 $d(\hat{\sigma}_t, \sigma_t)$ を被る

2 真の順列 $\sigma_t \in S_n$ をもらう

各時刻 t ={1,2,…,T} におけるプロトコル

S_n: {1, 2, …, n} 上の順列の集合

目標: $$\sum_{t=1}^{T} d(\sigma_t, \hat{\sigma}_t) \approx \min_{\sigma \in S_n} \sum_{t=1}^{T} d(\sigma_t, \sigma)$$

被る累積損失

オフライン最適解の累積損失

kendall tau 距離

2順列間の kendall tau 距離:

$$d(\sigma_1, \sigma_2) = \sum_{1 \le i < j \le n} I[(\sigma_1(i) - \sigma_1(j)) \cdot (\sigma_2(i) - \sigma_2(j)) < 0]$$

提案手法（PermRank,PermRank2）

共通のアイデア

- 順列を**比較ベクトル** $q \in \{0,1\}^N$, $N = n(n-1)/2$ で表現
- 比較ベクトルの予測を**確信度ベクトル** $p_t \in [0,1]^N$ **の予測へと"緩和"**
  →従来の典型的なオンラインアルゴリズムを適用可能

順列の予測方法に関して異なるふたつの手法を提案

例

$\sigma = (1,3,2) \Leftrightarrow q = (1,1,0)$

提案手法の性能

下式の形で累積損失(期待値)の上界を求めた. 他のアルゴリズムとの比較を下表に示す.

$$E\left[\sum_{t=1}^{T} d(\sigma_t, \hat{\sigma}_t)\right] \leq a(1+\varepsilon) \times \min_{\sigma \in S_n} \sum_{t=1}^{T} d(\sigma_t, \sigma) + \frac{b}{\varepsilon}$$

PermRank :計算量は少ないが, 累積損失の期待値は従来手法より定数倍大きい.
PermRank2 :計算量は不明だが, 下界にほぼ一致する累積損失の期待値を実現可能.

	a	b	各時刻の計算量	n = 9 における実計算時間[秒]
PermRank	4	n^2	$O(n^2)$	1.3×10^{-3}
PermRank 2	1	n^2	$O(?)$	
PermELearn [Helmbold and Warmuth,09]	2	$n^2 \ln n$	$\tilde{O}(n^6)$	4.0×10^{-3}
Hedge アルゴリズム [Freund and Schapire,97]	1	$n^3 \ln n$	$O(n!)$	25

n = 9 の人工データに対する実験結果

PermRank は, 累積損失の上界は最も悪いが, 実験においては最も良い結果を達成している.