【IBIS18 企画セッション】メディアデータの表現学習

知識グラフデータベースの表現学習

2018/11/07

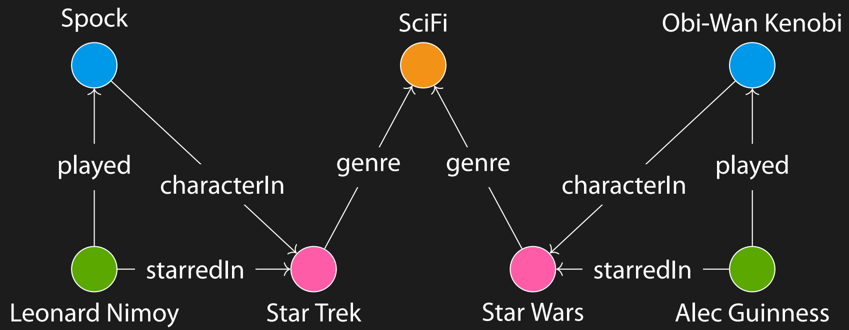
†林 克彦　††上垣外 英剛
† 大阪大学 産業科学研究所
† 理化学研究所 革新知能統合研究センター
†† 東京工業大学
研究協力者: 新保 仁 (NAIST)、岸本 広輝 (阪大)
katsuhiko-h@sanken.osaka-u.ac.jp

目次

1. 知識グラフ/知識グラフ補完について
   - 分野の基本的な事項
2. 分散表現に基づく知識グラフ補完
   - 自分の研究を交えながら分野総括[1]
3. 分散表現に基づく知識グラフ上でのクエリ応答
   - 時間があれば

[1] AAAI, ACL, ICML, ICLR, NIPS 辺りでの発表が多い

知識グラフ (Knowledge Graphs) 1/2

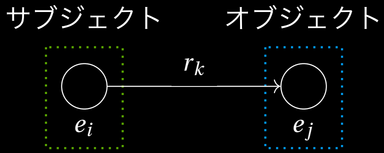


出典 [NMTG16]

ノード: エンティティ、辺ラベル: 関係

知識グラフ (Knowledge Graphs) 2/2

事実 (e_i, e_j, r_k) $\Longrightarrow$



エンティティ

- インスタンス (物、場所、人)
- クラス (ジャンル、地域、職業)

関係、エンティティの型、プロパティ

➥ 知識グラフの厳密な定義はない...

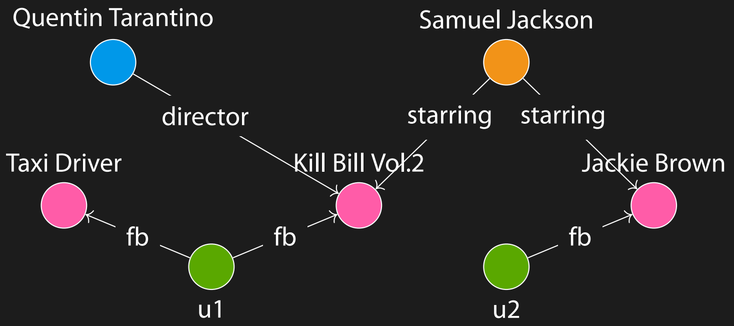
代表的な知識グラフ

	事実	型	関係
DBPedia	176,043,129	735	2,813
YAGO	25,946,870	488,469	77
Freebase	3,041,722,635	26,507	37,781
Wikidata	65,993,797	23,157	1,673
Google KG	18,000,000,000	1,500	35,000

16 年時点 [Pau17]

クラウドソーシングで構築、半構造化データから抽出

映画評価データ + DBPedia



出典 [PRT+18]

外部情報を利用して推薦精度向上 [PRT+18]

知識グラフ補完 (Knowledge Graph Completion)

Web 上のデータから半自動的に大規模な知識グラフを構築

- 10 億以上の「事実 (辺)」を格納
- 維持管理 (訂正・追加) が困難
  - 誤りが混入
  - 欠落がある

➥ 自動で欠落・誤りを見つけたい

➥ **知識グラフ補完**[2]

---

[2] 推薦システムの場合、$e_i \xrightarrow{\text{fb}} ?$ の候補をランキング

分散表現に基づく知識グラフ補完

ベクトル埋め込みに基づく知識グラフ補完

- エンティティ・関係をベクトル空間に「埋め込む」(ベクトル表現)
- 事実 (e_i, e_j, r_k) の「スコア」をエンティティ・関係ベクトルの関数として定義する

$$e_i \xrightarrow{r_k} e_j \quad \Longrightarrow \quad \text{スコア } \phi_{ijk}(\Theta) = \phi(\mathbf{v}_{e_i}, \mathbf{v}_{e_j}, \mathbf{v}_{r_k})$$

当該分野での研究成果

[Hayashi and Shimbo, ACL17]

- HolE[NRP16] と ComplEx[TWR+16] の等価性について

[Manabe, Hayashi and Shimbo, AAAI18]

- 対称・非対称関係を考慮した L1 正則化付き ComplEx

[林, NL 研 18, 優秀賞受賞]、[Kishimoto et al., 投稿中]

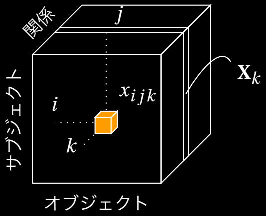
- パスクエリ応答における関係行列の非可換性について
- 隣接テンソルの 2 値化 CP 分解

[Ishihara et al., NAACL18]、[Matsuno et al., PACLIC18]

- ニューラルネットワークの重み行列を正規・巡回制約

知識グラフの隣接テンソル表現

3 次隣接テンソル $\mathcal{X}$

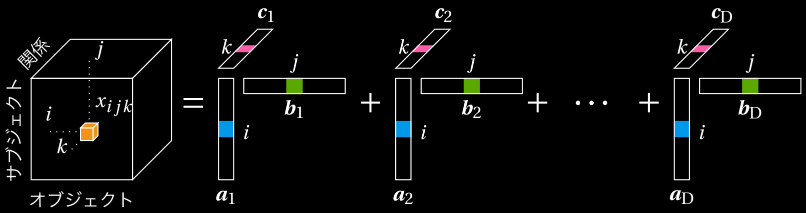


知識グラフ $G = (V, R, E)$

- V: エンティティの集合
- R: 関係の集合
- $E \subseteq V \times V \times R$: 事実の集合

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & (e_i, e_j, r_k) \in E \\ 0 & (e_i, e_j, r_k) \notin E \end{cases}$$

CP テンソル分解



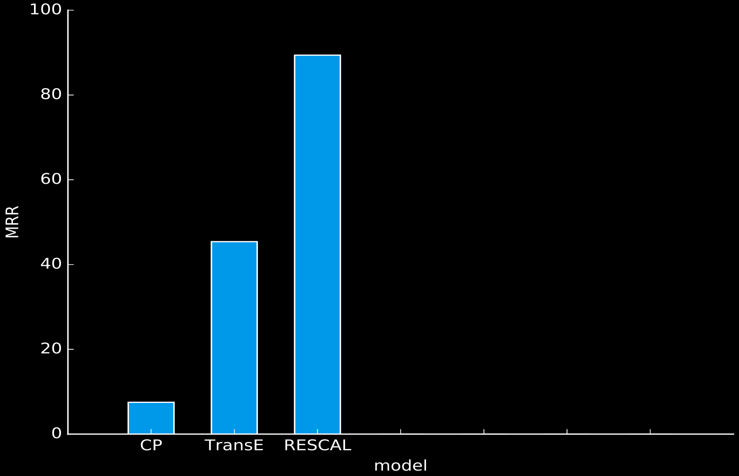
➥ D 個のランク 1 テンソルの線形和で分解

スコア関数[3]

$$x_{ijk} \approx \phi_{ijk}(\Theta) = \mathbf{a}_{i:}^{\mathrm{T}}(\mathbf{b}_{j:} \circ \mathbf{c}_{k:}) = \sum_{d=1}^{\mathrm{D}} \mathbf{a}_{id}\mathbf{b}_{jd}\mathbf{c}_{kd}$$

[3] 負例サンプリング、SGD による二値分類学習が主流

知識グラフ補完精度の比較



知識グラフ補完モデル

双線形型 (Bilinear)

- $\mathbf{e}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{W}_k \approx \mathbf{e}_j$
- RESCAL [NTK11]、DistMult [YYH+14]、HolE [NRP16]、ComplEx [TWR+16]、ANALOGY [LWY17] など

平行移動型 (Translation)

- $\mathbf{e}_i + \mathbf{w}_k \approx \mathbf{e}_j$
- TransE [BUG+13]、TransH [WZFC14]、STransE [NSQJ16]、FTransE [FHW+16] など

ニューラルネット型

- ベクトル結合や畳み込みによる (e_i, e_j, r_k) の相互作用を計算
- NTN [SCMN13]、ConvE [DMSR18]

知識グラフ補完モデルの表現力

表現力 $\Rightarrow$ 任意の 3 次隣接テンソルが表せる

次元数をどれだけ上げても表現力がないモデル

- TransE、TransH、STransE、DistMult など

ある次元数以上なら表現力があるモデル

- RESCAL $\Rightarrow |\mathrm{V}| \leq \mathrm{D}$
- ComplEx $\Rightarrow |\mathrm{V}||\mathrm{R}| \leq \mathrm{D}$
- HolE $\Rightarrow 2|\mathrm{V}||\mathrm{R}| + 1 \leq \mathrm{D}$
- CP $\Rightarrow \min\{|\mathrm{V}||\mathrm{R}|, |\mathrm{E}| + 1\} \leq \mathrm{D}$

平行移動型モデルの欠点

平行移動型モデルの一般形

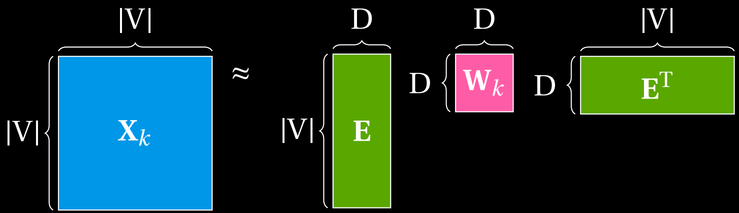
$$\phi_{ijk}(\Theta) = -||\mathbf{P}_k\mathbf{e}_i + \mathbf{w}_k - \mathbf{Q}_k\mathbf{e}_j||_2^2$$

関係 r_k が e_1 と e_2 に対して反射的、かつ、(e_1, e_2, r_k) が成り立つ場合
(例: $\mathbf{X}_k = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$)、

- $\mathbf{P}_k\mathbf{e}_1 + \mathbf{w}_k = \mathbf{Q}_k\mathbf{e}_1$
- $\mathbf{P}_k\mathbf{e}_2 + \mathbf{w}_k = \mathbf{Q}_k\mathbf{e}_2$
- $\mathbf{P}_k\mathbf{e}_1 + \mathbf{w}_k = \mathbf{Q}_k\mathbf{e}_2$
  - ➥ $\mathbf{P}_k\mathbf{e}_2 + \mathbf{w}_k = \mathbf{Q}_k\mathbf{e}_2 = \mathbf{P}_k\mathbf{e}_1 + \mathbf{w}_k = \mathbf{Q}_k\mathbf{e}_1$
  - ➥ (e_2, e_1, r_k) も成り立つ (r_k は対称関係)

RESCAL モデル[NTK11]

$\mathbf{X}_k$ をエンティティの埋め込み $\mathbf{E}$、関係 k の埋め込み $\mathbf{W}_k$ で分解



スコア関数

$$\phi_{ijk}(\Theta) = \mathbf{e}_{i:}^{\mathrm{T}} \mathbf{W}_k \mathbf{e}_{j:}$$

- ➥ $\mathrm{O}(\mathrm{D}^2)$ の計算量
- ➥ 表現力を落とさずにより効率良いモデルは?

関係行列 $\mathbf{W}_k$ への制限

DistMult[YYH+14]

- $\mathbf{W}_k = \mathbf{O}\,\mathrm{diag}(\mathbf{w}_k)\mathbf{O}^\mathrm{T}$ を対称行列に制限
    - ➥ 非対称関係がモデル化できない $\phi_{ijk}(\Theta) = \phi_{jik}(\Theta)$

関係行列 $\mathbf{W}_k$ への制限

DistMult[YYH+14]

- $\mathbf{W}_k = \mathbf{O}\,\mathrm{diag}(\mathbf{w}_k)\mathbf{O}^{\mathrm{T}}$ を対称行列に制限
  - ➥ 非対称関係がモデル化できない $\phi_{ijk}(\Theta) = \phi_{jik}(\Theta)$

ホログラフィック埋め込み (HolE)[NRP16]

- $\mathbf{W}_k = \mathrm{circ}(\mathbf{w}_k) = \mathbf{F}_{\mathrm{D}}\,\mathrm{diag}(\mathbf{F}_{\mathrm{D}}\mathbf{w}_k)\mathbf{F}_{\mathrm{D}}^{*}$ を巡回行列に制限
  - ➥ 相互相関 $\star$ は高速フーリエ変換を使って $\mathrm{O}(\mathrm{D}\log \mathrm{D})$ で計算

関係行列 $\mathbf{W}_k$ への制限

DistMult[YYH+14]

- $\mathbf{W}_k = \mathbf{O}\,\mathrm{diag}(\mathbf{w}_k)\mathbf{O}^{\mathrm{T}}$ を対称行列に制限
  - ➥ 非対称関係がモデル化できない $\phi_{ijk}(\Theta) = \phi_{jik}(\Theta)$

ホログラフィック埋め込み (HolE)[NRP16]

- $\mathbf{W}_k = \mathrm{circ}(\mathbf{w}_k) = \mathbf{F}_{\mathrm{D}}\,\mathrm{diag}(\mathbf{F}_{\mathrm{D}}\mathbf{w}_k)\mathbf{F}_{\mathrm{D}}^{*}$ を巡回行列に制限
  - ➥ 相互相関 $\star$ は高速フーリエ変換を使って $\mathrm{O}(\mathrm{D}\log\mathrm{D})$ で計算

複素埋め込み (ComplEx)[TWR+16]

- $\mathbf{W}_k = \Re(\mathbf{W}'_k) = \Re(\mathbf{U}\,\mathrm{diag}(\mathbf{w}'_k)\mathbf{U}^{*})$ を正規行列の実部と置く
  - ➥ $\mathrm{O}(\mathrm{D})$ で計算可能、HolE = ComplEx[HS17]

ComplEx モデル[TWR+16]

エンティティ・関係ベクトルを複素空間に埋め込む

スコア関数[4]

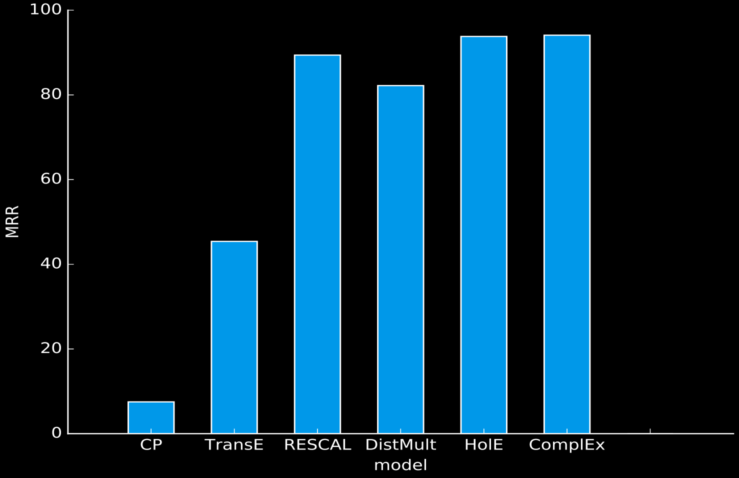
$$\begin{aligned}\phi_{ijk}(\Theta) &= \mathbf{e}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{W}_k \mathbf{e}_j = \mathbf{e}_i^{\mathrm{T}} \Re(\mathbf{U}\,\mathrm{diag}(\mathbf{w}'_k)\mathbf{U}^*)\mathbf{e}_j \\ &= \Re\left(\mathbf{e}'^{\mathrm{T}}_i \mathrm{diag}(\mathbf{w}'_k)\overline{\mathbf{e}'_j}\right)\end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{x}} &= \mathbf{x} \text{ の複素共役} \\ \mathbf{X}^* &= \mathbf{X} \text{ の共役転置} \\ \mathrm{diag}(\mathbf{x}) &= \mathbf{x} \text{ を成分とした対角行列} \\ \Re(x) &= \text{複素数 } x \text{ の実部}\end{aligned}$$

[4] $\forall r_k, r_{k'} \in \mathrm{R}$ に対して、$\mathbf{W}_k \mathbf{W}_{k'} = \mathbf{W}_{k'} \mathbf{W}_k$ を仮定し、共通のユニタリ行列 $\mathbf{U}$ を利用

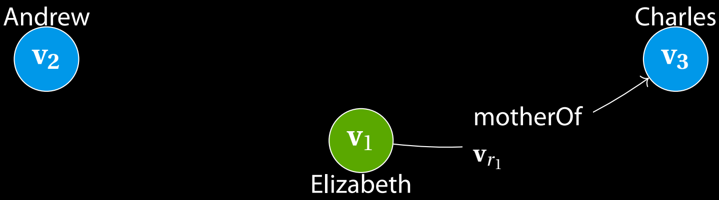
知識グラフ補完精度の比較



CP 分解モデルの汎化性能改善 (1/2)

サブジェクトとオブジェクトが非共通表現である場合

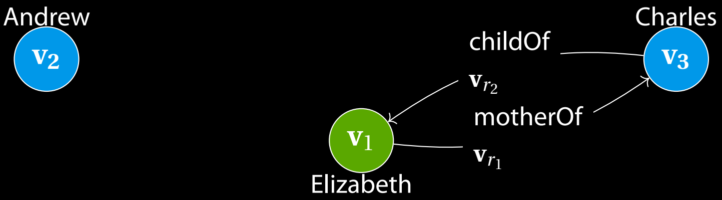
CP 分解モデルの汎化性能改善 (1/2)



サブジェクトとオブジェクトが非共通表現である場合

- $\mathbf{v}_1^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_1} \approx \mathbf{v}_3^{(o)}$、

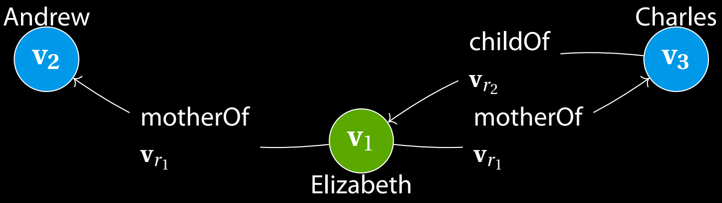
CP 分解モデルの汎化性能改善 (1/2)



サブジェクトとオブジェクトが非共通表現である場合

- $\mathbf{v}_1^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_1} \approx \mathbf{v}_3^{(o)}$、$\mathbf{v}_3^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_2} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$、

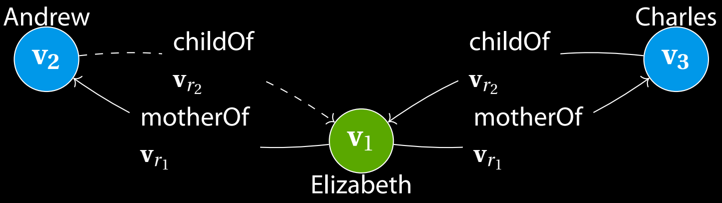
CP 分解モデルの汎化性能改善 (1/2)



サブジェクトとオブジェクトが非共通表現である場合

- $\mathbf{v}_1^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_1} \approx \mathbf{v}_3^{(o)}$、$\mathbf{v}_3^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_2} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$、$\mathbf{v}_1^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_1} \approx \mathbf{v}_2^{(o)}$

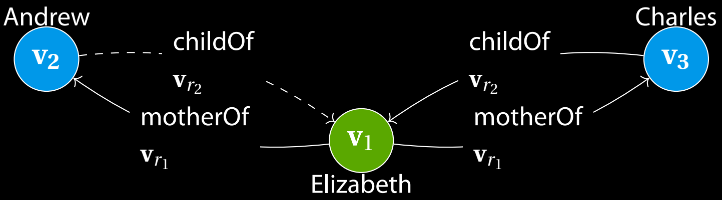
CP 分解モデルの汎化性能改善 (1/2)



サブジェクトとオブジェクトが非共通表現である場合

- $\mathbf{v}_1^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_1} \approx \mathbf{v}_3^{(o)}$、$\mathbf{v}_3^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_2} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$、$\mathbf{v}_1^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_1} \approx \mathbf{v}_2^{(o)}$
  - ➥ $\mathbf{v}_2^{(s)}$ は一切使われない

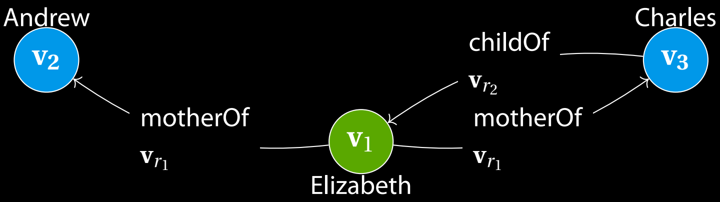
CP 分解モデルの汎化性能改善 (1/2)



サブジェクトとオブジェクトが非共通表現である場合

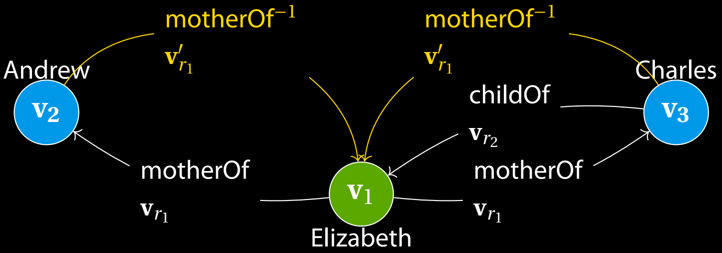
- $\mathbf{v}_1^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_1} \approx \mathbf{v}_3^{(o)}$、$\mathbf{v}_3^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_2} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$、$\mathbf{v}_1^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_1} \approx \mathbf{v}_2^{(o)}$
  - ➥ $\mathbf{v}_2^{(s)}$ は一切使われない
  - ➥ $\mathbf{v}_2^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_2} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$ は期待できそうにない

CP 分解モデルの汎化性能改善 (2/2)



擬似的な逆関係を入れる [LUO18,KP18]

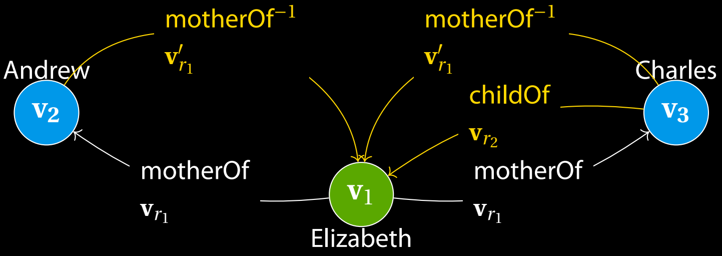
CP 分解モデルの汎化性能改善 (2/2)



擬似的な逆関係を入れる [LUO18,KP18]

- $\mathbf{v}_2^{(s)} \circ \mathbf{v}'_{r_1} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$、$\mathbf{v}_3^{(s)} \circ \mathbf{v}'_{r_1} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$、

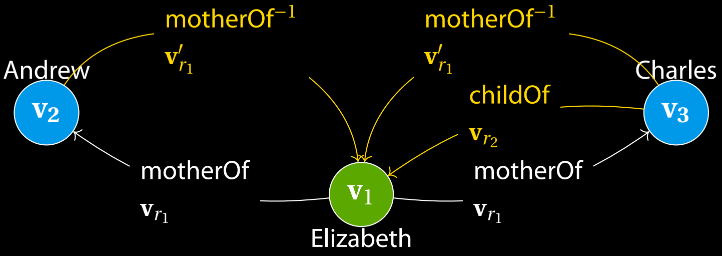
CP 分解モデルの汎化性能改善 (2/2)



擬似的な逆関係を入れる [LUO18,KP18]

- $\mathbf{v}_2^{(s)} \circ \mathbf{v}'_{r_1} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$、$\mathbf{v}_3^{(s)} \circ \mathbf{v}'_{r_1} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$、$\mathbf{v}_3^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_2} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$

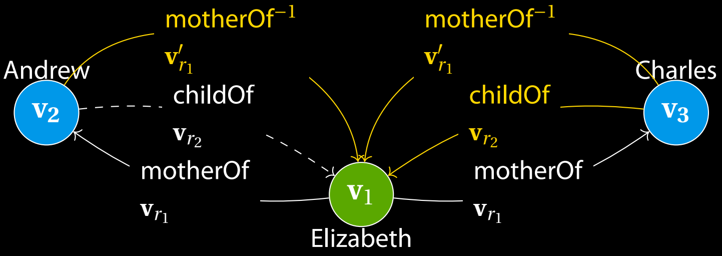
CP 分解モデルの汎化性能改善 (2/2)



擬似的な逆関係を入れる [LUO18,KP18]

- $\mathbf{v}_2^{(s)} \circ \mathbf{v}'_{r_1} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$、$\mathbf{v}_3^{(s)} \circ \mathbf{v}'_{r_1} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$、$\mathbf{v}_3^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_2} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$
  - ➥ $\mathbf{v}_2^{(s)} \approx \mathbf{v}_3^{(s)}$ が期待できる

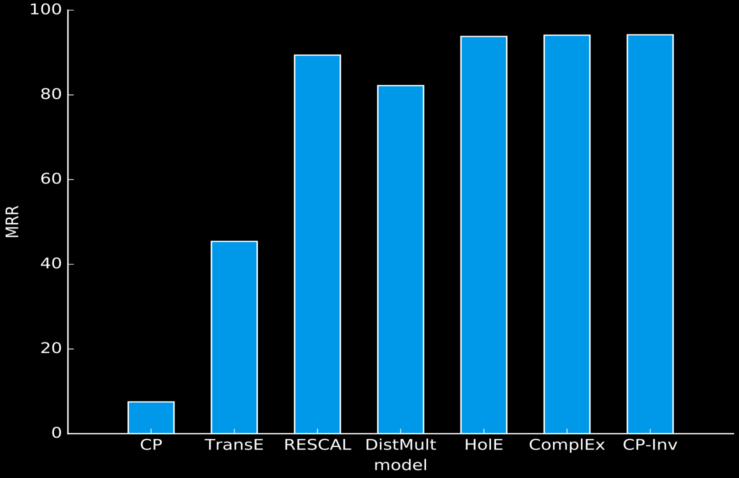
CP 分解モデルの汎化性能改善 (2/2)



擬似的な逆関係を入れる [LUO18,KP18]

- ▶ $\mathbf{v}_2^{(s)} \circ \mathbf{v}'_{r_1} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$、$\mathbf{v}_3^{(s)} \circ \mathbf{v}'_{r_1} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$、$\mathbf{v}_3^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_2} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$
  - ➥ $\mathbf{v}_2^{(s)} \approx \mathbf{v}_3^{(s)}$ が期待できる
  - ➥ $\mathbf{v}_2^{(s)} \circ \mathbf{v}_{r_2} \approx \mathbf{v}_1^{(o)}$ が期待できる

知識グラフ補完精度の比較



まとめ

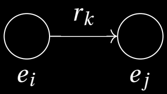
知識グラフの表現学習

- 11 年頃から始まった「モデルの提案」は収束傾向
- 今後の課題
  - より厳密なテンソルランク bound は？
    - グラフの代数的性質によるテンソルランク bound [NJT14]
  - 汎化性能について直感的、実験的な説明のみ [TGDB17]
  - 他のテンソルデータへの適用
    - 映画評価データ + DBPedia ⇒ 推薦精度向上 [PRT+18]
  - 事実 (辺) の補完 ⇒ より複雑な論理式 (グラフクエリ) の扱い

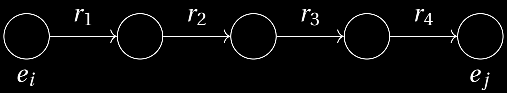
知識グラフ上でのパスクエリ応答

辺からパスへの拡張[GML15]

知識グラフ補完: (e_i, e_j, r_k)



関係パスクエリ応答: $(e_i, e_j, r_1/\ldots/r_k)$



➥ スコア関数 $\phi_{i,r_1/r_2/\ldots/r_k,j}(\Theta)$ を設計する必要がある

分散表現に基づく関係パスクエリ応答

双線型モデルの原理 $\mathbf{e}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{W}_k \approx \mathbf{e}_j$ を利用する

E.g., ComplEx:

知識グラフ補完: (e_i, e_j, r_k)

$$\phi_{ijk}(\Theta) = \Re\left(\mathbf{e}_i^{\mathrm{T}}\ \mathrm{diag}(\mathbf{w}_k)\, \overline{\mathbf{e}_j}\right)$$

関係パスクエリ応答: $(e_i, e_j, r_1 / \ldots / r_k)$

$$\phi_{i, r_1/\cdots/r_k, j}(\Theta) = \Re\left(\mathbf{e}_i^{\mathrm{T}}\ \mathrm{diag}(\mathbf{w}_1) \cdots \mathrm{diag}(\mathbf{w}_k)\, \overline{\mathbf{e}_j}\right)$$

関係行列の可換性について[林 18]

「太郎の母親の父親」と「太郎の父親の母親」は違う

関係行列 $\mathbf{W}_k$ が可換 ($\mathbf{W}_k\mathbf{W}_{k'} = \mathbf{W}_{k'}\mathbf{W}_k$) だと上記の問題をスコア関数で識別できない (DistMult, HolE, ComplEx, Analogy)

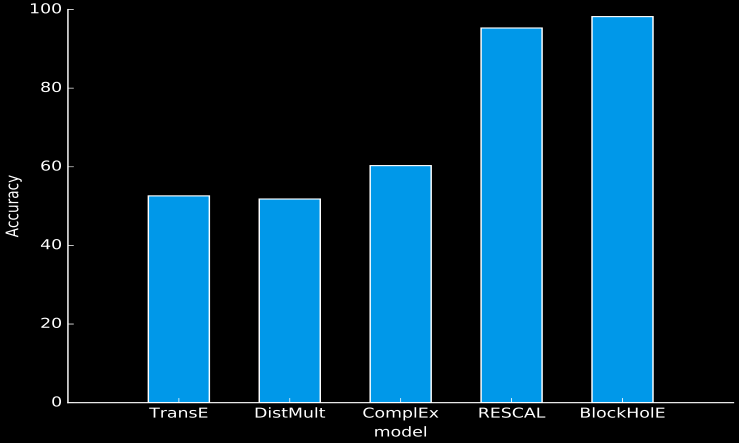
$$\phi_{\text{太郎},\text{母親}/\text{父親},\text{栄作}}(\Theta) = \phi_{\text{太郎},\text{父親}/\text{母親},\text{栄作}}(\Theta)$$

提案: $\mathbf{W}_k$ をブロック巡回行列と仮定

$$\phi_{ijk}(\Theta) = \sum_{m=1}^{\mathrm{B}} \sum_{n=1}^{\mathrm{B}} \Re(\langle \mathbf{e}_i^{(m)}, \overline{\mathbf{e}_j^{(n)}}, \mathbf{w}_k^{(mn)} \rangle)$$

➥ $\mathrm{O}(\mathrm{B}^2\mathrm{D})$ で計算可能 (実験的には $\mathrm{B} = 2$ ($<< \mathrm{D}$) で充分)

関係パスクエリ応答精度 (二値分類)

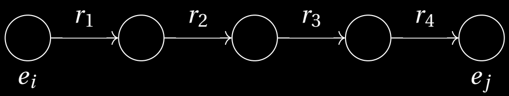


- BlockHolE ($B = 2$) は RESCAL より約 6 倍高速

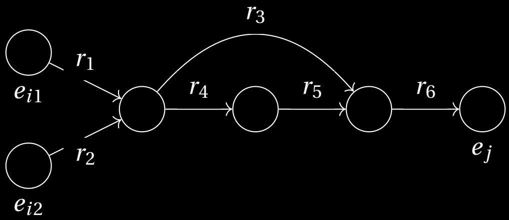
DAG への拡張

パスから DAG への拡張 (連言クエリの特殊形) [HBZ+18]

関係パスクエリ応答: $(e_i, e_j, r_1/\ldots/r_k)$



DAG クエリ応答



- 合流部分は入力となるベクトルを非線形な関数で合成

まとめ: 知識グラフの分散表現とクエリ検索

分散表現 + 論理推論

- 論理規則をリンク予測精度向上に使う研究がほとんど

分散表現 + 確率データベース

- 分散表現を使った確率データベースモデル [KNT14]

ニューラル定理証明

- ニューラルネットワークによる演繹、帰納推論 [RR17]

分散表現 + 連言クエリ

- DAG クエリをベクトル空間に埋め込む [GML15,林 18,HBZ+18]

References

[BUG+13] Antoine Bordes, Nicolas Usunier, Alberto García-Durán, Jason Weston, and Oksana Yakhnenko. Translating embeddings for modeling multi-relational data. In *Advances in Neural Information Processing Systems 26: 27th Annual Conference on Neural Information Processing Systems 2013. Proceedings of a meeting held December 5-8, 2013, Lake Tahoe, Nevada, United States.*, pp. 2787–2795, 2013.

[DMSR18] Tim Dettmers, Pasquale Minervini, Pontus Stenetorp, and Sebastian Riedel. Convolutional 2d knowledge graph embeddings. In *Proceedings of the Thirty-Second AAAI Conference on Artificial Intelligence, New Orleans, Louisiana, USA, February 2-7, 2018*, 2018.

[FHW+16] Jun Feng, Minlie Huang, Mingdong Wang, Mantong Zhou, Yu Hao, and Xiaoyan Zhu. Knowledge graph embedding by flexible translation. In *Principles of Knowledge Representation and Reasoning: Proceedings of the Fifteenth International Conference, KR 2016, Cape Town, South Africa, April 25-29, 2016.*, pp. 557–560, 2016.

[GML15] Kelvin Guu, John Miller, and Percy Liang. Traversing knowledge graphs in vector space. In *Proceedings of the 2015 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing, EMNLP 2015, Lisbon, Portugal, September 17-21, 2015*, pp. 318–327, 2015.

[HBZ+18] William L Hamilton, Payal Bajaj, Marinka Zitnik, Dan Jurafsky, and Jure Leskovec. Querying complex networks in vector space. *arXiv preprint arXiv:1806.01445*, 2018.

[HS17] Katsuhiko Hayashi and Masashi Shimbo. On the equivalence of holographic and complex embeddings for link prediction. In *Proceedings of the 55th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics, ACL 2017, Vancouver, Canada, July 30 - August 4, Volume 2: Short Papers*, pp. 554–559, 2017.

[KNT14] Denis Krompaß, Maximilian Nickel, and Volker Tresp. Querying factorized probabilistic triple databases. In *International Semantic Web Conference*, pp. 114–129. Springer, 2014.

[KP18] Seyed Mehran Kazemi and David Poole. Simple embedding for link prediction in knowledge graphs. *CoRR*, Vol. abs/1802.04868, , 2018.

[LUO18] Timothée Lacroix, Nicolas Usunier, and Guillaume Obozinski. Canonical tensor decomposition for knowledge base completion. *CoRR*, Vol. abs/1806.07297, , 2018.

[LWY17] Hanxiao Liu, Yuexin Wu, and Yiming Yang. Analogical inference for multi-relational embeddings. In *Proceedings of the 34th International Conference on Machine Learning, ICML 2017, Sydney, NSW, Australia, 6-11 August 2017*, pp. 2168–2178, 2017.

[NJT14] Maximilian Nickel, Xueyan Jiang, and Volker Tresp. Reducing the rank in relational factorization models by including observable patterns. In *Advances in Neural Information Processing Systems 27: Annual Conference on Neural Information Processing Systems 2014, December 8-13 2014, Montreal, Quebec, Canada*, pp. 1179–1187, 2014.

[NMTG16] Maximilian Nickel, Kevin Murphy, Volker Tresp, and Evgeniy Gabrilovich. A review of relational machine learning for knowledge graphs. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 104, No. 1, pp. 11–33, 2016.

[NRP16] Maximilian Nickel, Lorenzo Rosasco, and Tomaso A. Poggio. Holographic embeddings of knowledge graphs. In *Proceedings of the Thirtieth AAAI Conference on Artificial Intelligence, February 12-17, 2016, Phoenix, Arizona, USA.*, pp. 1955–1961, 2016.

[NSQJ16] Dat Quoc Nguyen, Kairit Sirts, Lizhen Qu, and Mark Johnson. Stranse: a novel embedding model of entities and relationships in knowledge bases. In *NAACL HLT 2016, The 2016 Conference of the North American Chapter of the Association for Computational Linguistics: Human*

Language Technologies, San Diego California, USA, June 12-17, 2016, pp. 460–466, 2016.

[NTK11] Maximilian Nickel, Volker Tresp, and Hans-Peter Kriegel. A three-way model for collective learning on multi-relational data. In *Proceedings of the 28th International Conference on Machine Learning, ICML 2011, Bellevue, Washington, USA, June 28 - July 2, 2011*, pp. 809–816, 2011.

[Pau17] Heiko Paulheim. Knowledge graph refinement: A survey of approaches and evaluation methods. *Semantic Web*, Vol. 8, No. 3, pp. 489–508, 2017.

[PRT+18] Enrico Palumbo, Giuseppe Rizzo, Raphaël Troncy, Elena Baralis, Michele Osella, and Enrico Ferro. An empirical comparison of knowledge graph embeddings for item recommendation. In *Proceedings of the First Workshop on Deep Learning for Knowledge Graphs and Semantic Technologies (DL4KGS) co-located with the 15th Extended Semantic Web Conerence (ESWC 2018), Heraklion, Crete, Greece, June 4, 2018.*, pp. 14–20, 2018.

[RR17] Tim Rocktäschel and Sebastian Riedel. End-to-end differentiable proving. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, pp. 3788–3800, 2017.

[SCMN13] Richard Socher, Danqi Chen, Christopher D. Manning, and Andrew Y. Ng. Reasoning with neural tensor networks for knowledge base completion. In *Advances in Neural Information Processing Systems 26: 27th Annual Conference on Neural Information Processing Systems 2013. Proceedings of a meeting held December 5-8, 2013, Lake Tahoe, Nevada, United States.*, pp. 926–934, 2013.

[TGDB17] Théo Trouillon, Éric Gaussier, Christopher R Dance, and Guillaume Bouchard. On inductive abilities of latent factor models for relational learning. *arXiv preprint arXiv:1709.05666*, 2017.

[TWR+16] Théo Trouillon, Johannes Welbl, Sebastian Riedel, Éric Gaussier, and Guillaume Bouchard. Complex embeddings for simple link prediction. In *Proceedings of the 33nd International Conference on Machine Learning, ICML 2016, New York City, NY, USA, June 19-24, 2016*, pp. 2071–2080, 2016.

[WZFC14] Zhen Wang, Jianwen Zhang, Jianlin Feng, and Zheng Chen. Knowledge graph embedding by translating on hyperplanes. In *Proceedings of the Twenty-Eighth AAAI Conference on Artificial Intelligence, July 27 -31, 2014, Québec City, Québec, Canada.*, pp. 1112–1119, 2014.

[YYH+14] Bishan Yang, Wen-tau Yih, Xiaodong He, Jianfeng Gao, and Li Deng. Embedding entities and relations for learning and inference in knowledge bases. *CoRR*, Vol. abs/1412.6575, , 2014.

[林 18] 林克彦, 真鍋陽俊, 石原敬大, 新保仁. Block hole: 関係行列の同時対角化に基づく知識グラフ埋め込みの問題点とその解決. 情報処理学会自然言語処理研究会, 2018.