

#86 Hannan-Quinn の命題は、線形回帰でも、
ガウス型 Bayesian ネットワークの構造推定でも正しい
鈴木 譲 (大阪大学, 2009年10月20日)

n 個の例から、**情報量基準** = 経験的エントロピー + パラメータ数 $\times d_n$
($d_n = 1 \implies$ AIC、 $d_n = \log n/2 \implies$ MDL/BIC)
最小のモデルを選択したい
 $n \rightarrow \infty$ で正しいモデルを推定したい (**一貫性**)

d_n が小さすぎると、一貫性は満足されない

- 自己回帰移動平均 (**ARMA**) の次数推定 $d_n \geq \log \log n$ (Hannan-Quinn, 1979)
- 条件付確率の状態分割 (有限型 BN の構造推定) $d_n \geq \log \log n$ (Suzuki, 2006)

- 重回帰分析の変数選択 (ガウス型 BN の構造推定) ?

$$Y = \sum_{j=1}^m \alpha_j X_j + \epsilon, \quad \epsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

n 個の例 $\{(y_i, x_{i,1}, \dots, x_{i,m})\}_{i=1}^n$ から変数 $\{X_j | \alpha_j \neq 0\}$ を推定

重回帰分析でも $d_n \geq \log \log n$ を証明することができた (重複対数の法則)

従来は、 $\frac{d_n}{\log \log n} \rightarrow \infty$ (十分条件にすぎない)

モデル選択の誤り率: 条件付確率の状態分割 (Suzuki, 2006) と導出が似ている

過学習 多すぎた変数の数を自由度とする χ^2 分布にしたがう

未学習 (過学習以外の誤り) 0 に概収束

課題: 指数分布族で共通しているのか? 有限 Markov の次数推定でも同じ結果か?