

ベータ自由エネルギーとLoopy belief Propagation に現れる グラフのゼータ関数について

渡辺 有祐, 福水 健次

総合研究大学院大学複合科学研究科統計科学専攻
統計数理研究所

Loopy Belief Propagation (LBP) : グラフ構造をもった確率分布の周辺確率分布を計算する近似アルゴリズム。

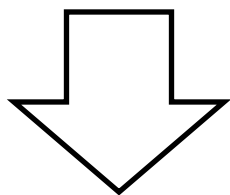
- グラフがツリーだと厳密な値を計算する
- グラフが閉路をもつとき、アルゴリズムの振る舞いは複雑

特に、グラフの形とアルゴリズムの振る舞いの関係を詳しく考える。

主要公式

$$\zeta_G(\mathbf{u})^{-1} = \det(\nabla^2 F) \prod_{ij \in E} \prod_{x_i, x_j = \pm 1} b_{ij}(x_i, x_j) \prod_{i \in V} \prod_{x_i = \pm 1} b_i(x_i)^{1-d_i} 2^{2N+4M}$$

“ベータ自由エネルギー関数Fのヘッセ行列の行列式は、
グラフのゼータ関数 ζ_G の逆数になっている”



この公式からLoopy Belief Propagationの色々な性質が導ける。

- LBPアルゴリズムとベータ自由エネルギーの極小性の詳しい関係
- ベータ自由エネルギー関数の凸性
- 二つの閉路を持つグラフのLBP固定点の一意性について